

# UE Actions de groupes et géométrie hyperbolique



Niveau d'étude  
Bac +4



ECTS  
6 crédits



Crédits ECTS  
Echange  
6.0



Composante  
UFR IM2AG  
(informatique,  
mathématiques  
et  
mathématiques  
appliquées)



Période de  
l'année  
Printemps (janv.  
à avril/mai)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 6.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMG8U11

## Présentation

### Description

Nous étudierons certains exemples de groupes Fuchsien, et les pavages du disque qui leur sont associés. Si le temps le permet, nous aborderons la géométrie hyperbolique de dimension trois sous l'angle des déformations de groupes Fuchsien.



### Descriptif

- Partie I. Géométrie des transformations de Möbius et géométrie hyperbolique
  - Transformation de Möbius, inversions par rapports aux sphères, dans  $\mathbb{R}^n$ , pour  $n$  surtout égal à 1, 2, 3.
  - Plan et espace hyperbolique de dimension 3 : demi-plan et demi espace supérieurs
  - Leurs isométries : interprétation matricielle et holomorphe, interprétation dynamique du spectre des matrices
- Partie II. Groupes Fuchsien
  - Actions discontinues et groupes discrets sur le plan hyperbolique
  - Théorème de combinaison de Klein. Ping-pong, et sous-groupes libres de  $\text{PSL}(2, \mathbb{R})$
  - Cas de  $\text{PSL}(2, \mathbb{Z})$
- Partie III. Ensembles limites et fractales
  - Ensemble limite d'un sous-groupe discret de  $\text{PSL}(2, \mathbb{R})$ , et de  $\text{PSL}(2, \mathbb{C})$
  - Déformations fractales d'ensembles limites
  - Rencontre et familiarisation avec des outils logiciels d'illustration rigoureuse d'ensembles limites fractales

## Objectifs

Le but de ce cours est de présenter des notions élémentaires de géométrie hyperbolique, et d'étudier certaines actions de groupes associées (groupe de Möbius,  $\text{PSL}(2, \mathbb{C})$ , sous-groupes discrets). Le contenu et la bibliographie sont largement accessibles selon les prérequis suivants : algèbre linéaire, réduction des endomorphismes, calcul différentiel, et analyse complexe élémentaire, topologie (espaces métriques, parties discrètes), théorie des groupes élémentaire.

## Heures d'enseignement

CM	CM	21h
TD	TD	33h

**Période** : Semestre 8

---

## Bibliographie

### Documentation

- M. Alessandri. Groupes en situation géométrique. Collection Dunod "Agrégation de maths".
- A. F. Beardon. The geometry of discrete groups. Springer, Graduate Texts.

### Documentation pour aller plus loin

- F. Bonahon. Low dimensional geometry: from Euclidean surfaces to hyperbolic knots. Student Mathematical Library, AMS.
- D. Mumford, C. Series, D. Wright, Indra's pearls, the vision of Felix Klein. Cambridge Univ. Press
- Daniel Gulotta, Kleinian groups and fractals, [🔗 Mathcamp 2021](#)

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Francois Dahmani

✉ [Francois.Dahmani@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:Francois.Dahmani@univ-grenoble-alpes.fr)

---

### Campus

› Grenoble - Domaine universitaire