

UE Calcul intégral, introduction aux probabilités



Niveau d'étude
Bac +3



ECTS
12 crédits



Crédits ECTS
Echange
0.0



Composante
UFR IM2AG
(informatique,
mathématiques
et
mathématiques
appliquées)



Période de
l'année
Printemps (janv.
à avril/mai)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 0.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMA6U12
- > **Temps de travail personnel pour l'étudiant:** 0

Présentation

Description

Ce cours comprend trois parties :

- Le calcul intégral en dimension un, on se restreindra à l'intégration des fonctions continues par morceaux ;
- Le calcul intégral en dimension supérieure, avec un accent sur les dimensions deux et trois ;
- Une introduction aux probabilités à densité continue, telles qu'elles sont utilisées en terminale.

I. Calcul intégral en dimension un

I.1. Intégration sur un intervalle compact

Intégration des fonctions continues par morceaux sur un segment : construction de l'intégrale à l'aide des résultats du cours de topologie sur le prolongement des applications uniformément continues.

Positivité et linéarité de l'intégrale, inégalité de Cauchy-Schwarz. Formule de Chasles. Formule de la moyenne ;

Convergence des sommes de Riemann ;

Intégration par parties. Théorème de changement de variables.

Intégrale dépendant de la borne supérieure ; Intégrale dépendant d'un paramètre, lien avec la convergence uniforme, continuité, dérivabilité ;

Calcul approché des intégrales (rectangles, trapèzes, Simpson), avec estimation du terme d'erreur ; Applications : intégrale curviligne (le long d'une courbe régulière du plan), longueur d'une courbe paramétrée.

I.2. Intégrales impropres

Intégrales impropres, cas des fonctions positives, comparaison séries/intégrales ; Intégrales impropres dépendant d'un paramètre, convergence uniforme, continuité, dérivabilité.

II. Calcul intégral en dimension supérieure.

Fonctions en escalier en dimension supérieure, sommes de Darboux inférieures et supérieures pour une fonction bornée, définition de l'intégrale, cas des applications continues sur un pavé ;

Intégration des fonctions continues de deux et trois variables sur des domaines simples (boule notamment) ;

Énoncé des théorèmes de Fubini et de changement de variables (admis).

Coordonnées polaires (éventuellement sphériques).

Intégrales impropres dans le cas de fonction à valeurs positives, exemple : intégrale de la gaussienne ;

Produit de convolution. Définition, bilinéarité, commutativité et associativité.

III. Applications aux probabilités

III.1. Probabilités

Notions minimales sur les espaces probabilisés (la théorie de la mesure n'est pas au programme), variable aléatoire à valeur réelle, loi d'une variable aléatoire ;

Variable aléatoire à densité (on se restreindra au cas continu par morceaux) ;

Espérance, moments, variance ;

Exemples de lois continues obtenues comme limites de lois discrètes : loi uniforme sur un intervalle compact, loi exponentielle à partir de lois géométriques, loi normale et loi binomiale (théorème de Moivre).

Lien avec les sommes de Riemann. En cours ou TD : comment les lois discrètes interviennent naturellement (modèle d'urne et sondage, pile ou face. . .).

Vecteur aléatoire à densité en dimension finie, indépendance d'une famille finie de variables aléatoires, loi d'une somme de variables aléatoires indépendantes ;

Inégalité de Tchebychev, loi faible des grands nombres.

III.2. Quelques utilisations en statistiques

Définitions : modèle statistique (famille de lois indexée par un paramètre, échantillon) ;

Intervalle de confiance, niveau non asymptotique ou asymptotique, exemples : paramètre p d'un échantillon de loi de Bernouilli, moyenne pour un échantillon gaussien de variance connue.

Heures d'enseignement

TD	TD	70h
CM	CM	42h

Période : Semestre 6

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Ana Rechtman

✉ ana.rechtman@univ-grenoble-alpes.fr

Lieu(x) ville

› Grenoble

Campus

› Grenoble - Domaine universitaire