

UE Algèbre



Niveau d'étude
Bac +3



ECTS
12 crédits



Crédits ECTS
Echange
0.0



Composante
UFR IM2AG
(informatique,
mathématiques
et
mathématiques
appliquées)



Période de
l'année
Automne (sept.
à dec./janv.)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 0.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMA5U13
- > **Temps de travail personnel pour l'étudiant:** 0

Présentation

Description

Théorie des groupes

Théorie élémentaire (sous-groupes, morphismes, sous-groupe engendré par une partie, cas de \mathbb{Z} , groupes monogènes, cycliques, ordre d'un élément, centre, produit direct, groupes d'automorphismes, sous-groupes distingués).

Exemples de groupes provenant de la géométrie (en particulier planaire), groupe des racines n -ième de l'unité. Groupe orthogonal, en particulier O_2 , SO_2 , O_3 , SO_3 . Rappels sur les espaces euclidiens, isométries (directes, indirectes), matrices orthogonales. Classifications en dimension 2, rotations. Sous-groupes finis de $O_2(\mathbb{R})$, groupe diédral. Classification en dimension 3. Symétries, caractérisation ($u_2 = Id$), conjugué d'une symétrie, réflexions. Les réflexions engendrent $O_n(\mathbb{R})$. Le groupe symétrique vu comme sous-groupe de $O_n(\mathbb{R})$.

Quotients : Rappels sur les relations d'équivalence, ensemble quotient, théorème de factorisation, cas des groupes avec les classes à gauche, Théorème de Lagrange. Structure de groupe sur le quotient dans le cas abélien, projection canonique et factorisation.

Les groupes Z/nZ : tout groupe monogène est isomorphe à Z ou Z/nZ , générateurs de Z/nZ , $Z/nZ \times Z/mZ$ est cyclique si et seulement $\text{pgcd}(n, m) = 1$

Action de groupes : orbites, stabilisateurs, action fidèle, action transitive, équation aux classes, formule de Burnside, théorème de Cauchy.

Le groupe symétrique : support, orbites, cycles, décomposition en cycles, générateurs, signature, groupe alterné. Application possible au groupe du tétraèdre (ou du cube).

Introduction à la théorie des anneaux

Généralités, anneaux, sous-anneaux, morphisme d'anneaux, groupe des inversibles, diviseurs de zéro, anneaux intègres, corps. Anneaux produits A^X , $M_n(A)$. Anneaux de polynômes, morphismes d'évaluation. Anneaux intègres, corps, idéal maximal, existence des fonctions polynomiales.

Idéal dans un anneau commutatif : Somme et intersections d'idéaux, idéaux et morphismes, structure d'anneau quotient et projection canonique, l'anneau Z/nZ , indicatrice d'Euler, théorème des restes chinois pour les entiers modulaires, idéaux premiers et maximaux. (on ne traite pas : divisibilité dans un anneau intègre, élément irréductible, anneau principal, lien irréductible-idéal premier)

Anneau de polynômes (sur un anneau intègre, puis sur un corps) : division euclidienne, Lien divisibilité-racines. Sur un corps : structure des idéaux de $K[X]$, pgcd, ppcm. Arithmétique : lemme d'Euclide, lemme de Gauss, etc... Irréductibles de $R[X]$ et $C[X]$ (admis), décomposition unique en produit d'irréductibles pour $K[X]$ (existence admise). Théorème des restes chinois pour les quotients d'anneaux de polynômes.

Compléments d'Algèbre linéaire

Reprise du programme de MAT301, avec insistance sur la similitude, ou les classes de conjugaison dans le groupe $GL_n(K)$. La diagonalisation simultanée est nouvelle.

Déterminant : formes multilinéaires, déterminant d'un système de vecteurs, déterminant d'un endomorphisme, calcul matriciel, polynôme caractéristique. Invariance par conjugaison.

Valeurs propres-vecteurs propres : racines du polynôme caractéristique, dimension des sous-espaces stables comme invariant de similitude.

Polynôme d'endomorphismes : Morphisme d'évaluation, polynôme minimal, et théorème de Cayley-Hamilton

Réduction aux sous-espaces caractéristiques : lemme de décomposition des noyaux, sous-espaces caractéristiques, diagonalisation, diagonalisation simultanée

Réduction : Trigonalisation, décomposition de Dunford (vue en TD).

Heures d'enseignement

CM	CM	42h
TD	TD	70h

Période : Semestre 5

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Erwan Lanneau

✉ Erwan.Lanneau@univ-grenoble-alpes.fr

Lieu(x) ville

› Grenoble

Campus

› Grenoble - Domaine universitaire