

UE Algèbre



Niveau d'étude
Bac +3



ECTS
12 crédits



Crédits ECTS
Echange
12.0



Composante
UFR IM2AG
(informatique,
mathématiques
et
mathématiques
appliquées)



Période de
l'année
Automne (sept.
à dec./janv.)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 12.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMA5U03

Présentation

Description

Théorie des groupes

Théorie élémentaire (sous-groupes, morphismes, sous-groupe engendré par une partie, cas de \mathbb{Z} , groupes monogènes, cycliques, ordre

d'un élément, centre, produit direct, groupes d'automorphismes, sous-groupes distingués).

Groupes orthogonaux $O(E)$, $SO(E)$, pour E un espace euclidien, familles génératrices

des réflexions et des renversements. Groupes $GL_n(K)$, $SL_n(K)$, famille des transvections, dilatations. Lien avec les opérations élémentaires sur les lignes et colonnes.

Classes latérales, groupes quotients. Exemple : $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Théorème de Lagrange, factorisation des morphismes. Théorèmes d'isomorphismes.

Actions de groupes, exemple de l'action d'un sous-groupe par multiplication à gauche, par conjugaison. Vocabulaire : orbite, stabilisateur, noyau, action fidèle,

transitive, équation aux classes, théorème orbite/stabilisateur.

Groupes symétriques, décomposition en cycles, classes de conjugaison (éventuellement, lien avec les partitions d'entiers), signature, groupe alterné, pour n plus grand que 5 : simplicité de A_n , sous groupes distingués de S_n .

Produits directs et semi-directs, éléments de structure des groupes finis Cauchy, Fermat, Frobenius, nombre de points fixes lorsque G est un p -groupe, le centre d'un p -groupe est non trivial. Théorèmes de Sylow.

Introduction à la théorie des anneaux

Généralités, anneaux, sous-anneaux, morphisme d'anneaux, idéaux, idéal engendré, exemples de \mathbb{Z} et ses idéaux. Anneaux produits A^X , $M_n(A)$. Anneaux de polynômes, $A[X]$, propriété universelle. Anneaux intègres, corps, idéal maximal, existence des idéaux maximaux contenant un idéal strict donné (possiblement admis)

Anneaux principaux, euclidiens et leur arithmétique, pgcd, ppcm, interprétés en termes de somme et d'intersection. Anneaux euclidiens, exemples, principalité, algorithme d'Euclide étendu.

Anneaux quotients, théorème de factorisation, théorèmes d'isomorphismes. Caractérisation des idéaux premiers et maximaux en termes d'anneau quotient, théorème des restes Chinois. On insistera sur \mathbb{Z} et $K[X]$. Caractérisation des anneaux quotients de \mathbb{Z} et $K[X]$ qui sont des corps en termes de primalité et d'irréductibilité des générateurs d'idéaux.

Compléments d'Algèbre linéaire

Dualité, en dimension finie, base duale, orthogonalité, hyperplans, base anteduale, endomorphisme adjoint et transposition.

Réduction des endomorphismes normaux d'un espace euclidien, application aux endomorphismes symétriques, antisymétriques, et aux isométries. On pourra évoquer le cas hermitien.

Décomposition de Dunford (vue en TD),

Heures d'enseignement

TD	TD	70h
CM	CM	42h

Pré-requis recommandés

Contenu de MAT301 et MAT 401. En particulier, arithmétique et réduction d'endomorphismes. (On vérifiera en TD que les notions suivantes sont assimilées : polynome caractéristique, polynome d'endomorphisme, polynome minimal, diagonalisation, espaces euclidiens, déterminants)

Rappels de théorie des ensemble élémentaires

Période : Semestre 5

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Gregory Berhuy

✉ Gregory.Berhuy@univ-grenoble-alpes.fr

Lieu(x) ville

> Grenoble

Campus

> Grenoble - Domaine universitaire