

# UE Algèbre



Niveau d'étude  
Bac +3



ECTS  
12 crédits



Crédits ECTS  
Echange  
0.0



Composante  
UFR IM2AG  
(informatique,  
mathématiques  
et  
mathématiques  
appliquées)



Période de  
l'année  
Automne (sept.  
à dec./janv.)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 0.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMA5U03

## Présentation

### Description

#### Théorie des groupes

*Théorie élémentaire* (sous-groupes, morphismes, sous-groupe engendré par une partie, cas de  $Z$ , groupes monogènes, cycliques, ordre d'un élément, centre, produit direct, groupes d'automorphismes, sous-groupes distingués).

*Groupes orthogonaux*  $O(E)$ ,  $SO(E)$ , pour  $E$  un espace euclidien, familles génératrices des réflexions et des renversements. Groupes  $GL_n(K)$ ,  $SL_n(K)$ , famille des transvections, dilatations. Lien avec les opérations élémentaires sur les lignes et colonnes.

*Classes latérales*, groupes quotients. Exemple :  $Z/nZ$ . Théorème de Lagrange, factorisation des morphismes. Théorèmes d'isomorphismes.

*Actions de groupes*, exemple de l'action d'un sous-groupe par multiplication à gauche, par conjugaison. Vocabulaire : orbite, stabilisateur, noyau, action fidèle,

transitive, équation aux classes, théorème orbite/stabilisateur.

*Groupes symétriques*, décomposition en cycles, classes de conjugaison (éventuellement, lien avec les partitions d'entiers), signature, groupe alterné, pour  $n$  plus grand que 5 : simplicité de  $A_n$ , sous groupes distingués de  $S_n$ .

*Produits directs et semi-directs*, éléments de structure des groupes finis Cauchy, Fermat, Frobenius, nombre de points fixes lorsque  $G$  est un  $p$ -groupe, le centre d'un  $p$ -groupe est non trivial. Théorèmes de Sylow.

### Introduction à la théorie des anneaux

*Généralités*, anneaux, sous-anneaux, morphisme d'anneaux, idéaux, idéal engendré, exemples de  $\mathbb{Z}$  et ses idéaux. Anneaux produits  $A^X$ ,  $M_n(A)$ . Anneaux de polynômes,  $A[X]$ , propriété universelle. Anneaux intègres, corps, idéal maximal, existence des idéaux maximaux contenant un idéal strict donné (possiblement admis)

*Anneaux principaux, euclidiens et leur arithmétique*, pgcd, ppcm, interprétés en termes de somme et d'intersection. Anneaux euclidiens, exemples, principalité, algorithme d'Euclide étendu.

*Anneaux quotients*, théorème de factorisation, théorèmes d'isomorphismes. Caractérisation des idéaux premiers et maximaux en termes d'anneau quotient, théorème des restes Chinois. On insistera sur  $\mathbb{Z}$  et  $K[X]$ . Caractérisation des anneaux quotients de  $\mathbb{Z}$  et  $K[X]$  qui sont des corps en termes de primalité et d'irréductibilité des générateurs d'idéaux.

### Compléments d'Algèbre linéaire

*Dualité*, en dimension finie, base duale, orthogonalité, hyperplans, base anteduale, endomorphisme adjoint et transposition.

*Réduction des endomorphismes normaux d'un espace euclidien*, application aux endomorphismes symétriques, antisymétriques, et aux isométries. On pourra évoquer le cas hermitien.

*Décomposition de Dunford* (vue en TD),

## Heures d'enseignement

TD	TD	70h
CM	CM	42h

## Pré-requis recommandés

Contenu de MAT301 et MAT 401. En particulier, arithmétique et réduction d'endomorphismes. (On vérifiera en TD que les notions suivantes sont assimilées : polynome caractéristique, polynome d'endomorphisme, polynome minimal, diagonalisation, espaces euclidiens, déterminants)

Rappels de théorie des ensemble élémentaires

**Période** : Semestre 5

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Gregory Berhuy

✉ [Gregory.Berhuy@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:Gregory.Berhuy@univ-grenoble-alpes.fr)

---

### Lieu(x) ville

› Grenoble

---

### Campus

› Grenoble - Domaine universitaire