

UE Equations différentielles ordinaires



Niveau d'étude
Bac +4



ECTS
9 crédits



Crédits ECTS
Echange
9.0



Composante
UFR IM2AG
(informatique,
mathématiques
et
mathématiques
appliquées)



Période de
l'année
Automne (sept.
à dec./janv.)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 9.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMG7U05

Présentation

Description

Le but du cours est d'affermir les connaissances sur les équations différentielles ordinaires (EDO) en mettant l'accent sur des questions de dynamique, mais aussi de donner de nouveaux outils d'analyse, et d'introduire quelques questions liées aux équations aux dérivées partielles.

Descriptif

1. Théorèmes d'existence locale pour le problème de Cauchy : Formulation intégrale d'une EDO, théorème de Cauchy-Lipschitz (en dimension finie et dans un espace de Banach quelconque) et théorème de Cauchy-Peano.
2. Lemme de Gronwall : Unicité dans le cadre du théorème de Cauchy- Lipschitz. Solutions maximales.
3. Existence globale et explosion : théorème des bouts.
4. Étude qualitative en dimension 1 : Principe de comparaison, critères d'existence globale, exemples d'explosion en temps fini, comportement asymptotique des solutions.
5. Flot associé à une EDO : Dépendance par rapport aux données initiales ; théorème de redressement du flot.

6. Comportement en temps grand des solutions des EDO autonomes : Stabilité et stabilité asymptotique des points d'équilibre ; cas des puits linéaires ; théorèmes de Lyapunov.
7. EDO d'ordre 2 : Théorèmes d'oscillation et de comparaison, problème de Sturm-Liouville.
8. Théorie hilbertienne des séries de Fourier en une variable. Utilisation des séries de Fourier pour la résolution de l'équation de la chaleur sur un segment.
9. Convolution et transformation de Fourier dans \mathbb{R}^d : Convolution de deux fonctions dans $L^1(\mathbb{R}^d)$. Transformation de Fourier sur $L^1(\mathbb{R}^d)$. Transformée de Fourier d'un produit de convolution. Transformée de Fourier de la densité d'une gaussienne centrée. Formule d'inversion pour une fonction intégrable ayant une transformée de Fourier intégrable. Formule de Plancherel. Définition de la transformée de Fourier d'une fonction de $L^2(\mathbb{R}^d)$. Convolution de deux mesures positives finies. Cas où l'une des deux mesures possède une densité.

Heures d'enseignement

CM	CM	33h
----	----	-----

Pré-requis recommandés

Le cours utilisera les notions suivantes du programme de Licence 3.

- Espaces de Banach, théorème de point fixe par contraction, théorème d'Ascoli
- Espaces de Hilbert, théorème de projection, bases hilbertiennes
- Théorie de l'intégration de Lebesgue, théorème de convergence dominée.
- Séries de Fourier en une variable : définition, convergence quadratique et ponctuelle dans le cadre continu par morceaux ou C^1 par morceaux

Période : Semestre 7

Bibliographie

Documentation de base

- Sylvie Benzoni-Gavage, *Calcul différentiel et équations différentielles : cours et exercices corrigés*, Dunod, 2014. (EDO)
- Jean-Michel Bony, *Cours d'analyse : théorie des distributions et analyse de Fourier*, Éditions de l'École Polytechnique, 2001. (Séries et transformation de Fourier)
- Jean-Michel Bony, *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*, Éditions de l'École Polytechnique, 2001. (Séries et transformation de Fourier)
- Marc Briane et Gilles Pagès, *Théorie de l'intégration*, Vuibert, 2000. (Intégration, convolution)
- Antoine Chambert-Loir et Stéphane Fermigier, *Analyse 1 : exercices de mathématiques pour l'agrégation*, Masson, 1997. (Séries de Fourier)
- Jean-Pierre Demailly, *Analyse numérique et équations différentielles*, EDP Sciences, 2016. (EDO)
- Xavier Gourdon, *Analyse*, Ellipses, 2008. (EDO, Sturm)
- François Laudenbach, *Calcul différentiel et intégral*, éditions de l'École Polytechnique, 2011. (EDO)
- Walter Rudin, *Analyse réelle et complexe : cours et exercices*, Dunod, 2009. (Séries et transformation de Fourier)

- Claude Wagschal, *Dérivation et intégration*, Hermann, 2009. (Séries et transformation de Fourier)

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Gregoire Charlot

✉ Gregoire.Charlot@ujf-grenoble.fr, Gregoire.Charlot@univ-grenoble-alpes.fr

Lieu(x) ville

› Grenoble

Campus

› Grenoble - Domaine universitaire