

# UE Calcul différentiel B



Niveau d'étude  
Bac +3



ECTS  
9 crédits



Crédits ECTS  
Echange  
0.0



Composante  
UFR IM2AG  
(informatique,  
mathématiques  
et  
mathématiques  
appliquées)



Période de  
l'année  
Printemps (janv.  
à avril/mai)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- > **Crédits ECTS Echange:** 0.0
- > **Code d'export Apogée:** GBMA6U11
- > **Temps de travail personnel pour l'étudiant:** 0

## Présentation

### Description

Ce cours comprend trois grandes parties. La première concerne le calcul différentiel en dimension finie (avec un accent mis sur les dimensions deux et trois), la seconde les équations différentielles (essentiellement linéaires), et la troisième les courbes et les surfaces (CAPES).

#### I. Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$

##### 1. Fonctions différentiables

- Fonctions différentiables d'un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^m$ . Dérivées partielles, jacobienne. Inégalité des accroissements finis.
- Dérivées d'ordre deux. Formule de Taylor à l'ordre deux, théorème de Schwarz. Matrice hessienne.
- Théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites. Applications (stabilité d'une racine

simple d'un polynôme, d'un point fixe d'un système dynamique).

## 2. Extréma

- (a) Extréma libres : recherche d'extréma. Points critiques, étude locale, lien avec la hessienne.
- (b) Extréma liés dans  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ .
- (c) Extréma provenant de la géométrie du triangle.

## II. Équations différentielles

### 1. Le cas linéaire

(a) Théorème de Cauchy-Lipschitz pour  $y' = A(t)y + B(t)$ . Théorème du point fixe pour la démonstration de C-L. Structure de l'espace des solutions, Wronskien.

(b) Cas particuliers :  $n = 1$ ,  $n > 2$  et  $A$  constante, exponentielle de matrice, variation de la constante, systèmes  $2 \times 2$  à coefficients constants, équations scalaires du second ordre  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ .

### 2. Le cas non linéaire en dimension 1

- (a) Le théorème de Cauchy-Lipschitz pour  $y' = f(t; y)$ .
- (b) Quelques exemples de problèmes de la forme  $a(t)y' = f(t; y)$  avec  $a(0) = 0$  : recollement de solutions.

## III. Courbes et surfaces dans $\mathbb{R}^3$

### 1. Courbes

- (a) Courbes paramétrées de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ , tangente.
- (b) Propriétés métriques : longueur, abscisse curviligne, courbure, torsion, repère de Frenet. Caractérisation d'une courbe par la courbure et la torsion à isométrie près.
- (c) Étude de courbes singulières.

### 2. Surfaces

- (a) Surfaces dans  $\mathbb{R}^3$  paramétrées ou définies de façon implicite. Plan tangent. Position de la surface par rapport au plan tangent.
- (b) Propriétés métriques : longueur, aire, formes fondamentales, courbure de Gauss.

## Heures d'enseignement

TD	TD	54h
CM	CM	35h

**Période** : Semestre 6

## Infos pratiques

---

## Contacts

Responsable pédagogique

Hervé Pajot

✉ [herve.pajot@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:herve.pajot@univ-grenoble-alpes.fr)

---

## Lieu(x) ville

› Grenoble

---

## Campus

› Grenoble - Domaine universitaire