

UE Arithmétique et algèbre linéaire approfondie - MAT301 -



ECTS
6 crédits



Crédits ECTS
Echange
6.0



Composante
Département
de la licence
sciences et
technologies
(DLST)



Période de
l'année
Automne (sept.
à dec./janv.)

Diplômes intégrant cet élément

- Licence Mathématiques
- Licence Informatique

- > Langue(s) d'enseignement: Français
- > Ouvert aux étudiants en échange: Oui
- > Crédits ECTS Echange: 6.0

Présentation

Description

Cette UE présente et développe les outils pour la réduction des endomorphismes en algèbre linéaire, comme les groupes de permutations, le déterminant, les sous-espaces propres d'un endomorphisme, les polynômes d'endomorphismes, les sous-espaces caractéristiques, la diagonalisation et la trigonalisation. Pour cela, nous aurons besoin d'arithmétique.

-- Rudiments d'algèbre linéaire.

Rappels de MAT201 (introduction à l'algèbre linéaire), avec prise en compte des scalaires complexes (e.v, s-e.v, bases, dimension, sommes

directes, applications linéaires, représentations matricielles, changements de base, sous-espaces stables, blocs).

Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme, les espaces propres sont en somme directe.

-- Groupes de permutations et déterminants.

Permutations, cycles, transpositions, décomposition en cycles disjoints, signature, déterminant d'une matrice carrée, méthodes de calcul, critère d'inversibilité, calcul d'inverse, rang.

-- Arithmétique des entiers et des polynômes.

Sur $\mathbb{Z}$: division euclidienne, résidus modulo n (on évoquera $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$), pgcd, primalité relative, théorème de Bachet-Bezout et algorithme d'Euclide étendu, Lemme de Gauss, primalité, factorisation, infinitude des nombres premiers, théorèmes de Fermat, et des restes Chinois.

Sur $K[X]$: définitions, division euclidienne des polynômes, et conséquences (pgcd, Bezout, algorithme d'Euclide étendu, primalité relative, polynômes irréductibles et factorisation), racines, multiplicité et divisibilité, polynômes scindés, énoncé du théorème de d'Alembert-Gauss.

-- Réduction d'endomorphismes

Polynôme caractéristique, diagonalisabilité, critère du polynôme caractéristique scindé à racine simples, multiplicité géométrique et algébriques des racines du polynôme caractéristique, polynômes d'endomorphismes, polynôme minimal, Lemme de décomposition des noyaux, Théorème de Cayley-Hamilton, critère de diagonalisabilité du polynôme minimal scindé à racine simples.

Trigonalisabilité, critère du polynôme caractéristique scindé, sous-espaces caractéristiques, cas des matrices qui sont en forme de Jordan.

Heures d'enseignement

CM	CM	21h
TD	TD	36h

Période : Semestre 3

Infos pratiques

Lieu(x) ville

> Grenoble

> Valence

Campus

- Grenoble - Domaine universitaire
- Valence - Briffaut