

UE Algèbre 2

 ECTS
6 crédits

 Composante
UFR IM2AG
(informatique,
mathématiques
et
mathématiques
appliquées)

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Méthodes d'enseignement:** En présence
- > **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Non
- > **Code d'export Apogée:** GBMG8U02

Présentation

Description

Descriptif (sous réserve d'aménagements)

1. Motivation et premières notions
 - Définition d'une représentation d'un groupe ; motivations (cristallographie, polyèdres, virologie, classification des groupes) ; morphismes, isomorphismes.
 - Objectif : classification des représentations
2. Exemples
 - Représentations de dimension 1, représentation associée à une action, représentation régulière. Groupes d'isométries conservant une partie finie.
 - Automorphismes de structures. Sommes directes.
3. Décomposition des représentations
 - Sous-représentations, quotient, supplémentaire.
 - Théorème de Maschke. Représentations irréductibles, condition suffisante pour l'existence d'une décomposition en somme de représentations irréductibles. Lemme de Schur, applications.
 - Composantes isotypiques, description des morphismes.

4. Théorie des caractères, classification des représentations complexes.

- Définition des caractères, exemples, relation d'orthogonalité des caractères, relation d'orthonormalité de Schur. Nombre de représentations irréductibles.

5. Tables de caractères

- Définition, le cas des groupes abéliens finis, les groupes diédraux, le groupe alterné sur 4 éléments.

6. Compléments d'algèbre linéaire

- Module sur un anneau (non nécessairement commutatif). Lien entre représentations et modules sur l'algèbre du groupe. Sous-modules simples et représentations irréductibles, lemme de Schur. Calcul matriciel dans le cas non commutatif, théorème de décomposition de l'algèbre de groupe. Produit tensoriel pour des modules. Propriété universelle, compatibilité avec la somme directe, base. Produit tensoriel de représentations, extension des scalaires. Sous-groupes, restriction, induction, caractère de la représentation induite.

7. Intégrité des caractères et applications

- Notion d'élément entier dans une algèbre, centre de l'algèbre d'un groupe, la dimension d'une représentation complexe irréductible divise le cardinal du groupe. Seconde relation d'orthogonalité de Schur, théorème de Burnside.

8. Transformée de Fourier discrète

- Groupe des caractères, définition de la transformée, analogie avec les autres transformées de Fourier, utilité

Heures d'enseignement

UE Algèbre 2 - TD	TD	29h
UE Algèbre 2 - CM	CM	19,5h

Période : Semestre 8

Compétences visées

Maîtriser les notions liées aux représentations, savoir trouver la table des caractères de groupes de petit cardinal, savoir utiliser le produit tensoriel dans des situations simples

Bibliographie

Jean-Pierre Serre, Représentations linéaires des groupes finis, Hermann, 1998

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Emmanuel PEYRE

Lieu(x) ville

› Grenoble

Campus

› Grenoble - Domaine universitaire