UE Algèbre 1

Niveau d'étude
Bac +4

ECTS
9 crédits

Crédits ECTS Echange
9.0

Composante
UFR IM2AG (informatique, mathématiques et mathématiques appliquées)

Période de l'année
Automne (sept. à dec./janv.)

- **Langue(s) d'enseignement:** Français
- **Méthodes d'enseignement:** En présence
- **Forme d'enseignement :** Cours magistral
- **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui
- **Crédits ECTS Echange:** 9.0
- **Code d'export Apogée:** GBMG7U01

Présentation

Description

I. Compléments sur les anneaux

1. Groupe des éléments inversibles. (#/n#)$^{\#}$, fonction d’Euler. Éléments irréductibles et éléments premiers. Pgcd et ppcm.
2. Notion d’algèbre. Algèbre des polynômes en n indéterminées. Polynômes symétriques. Liens entre coefficients et racines d’un polynôme. En TD : séries formelles en une variable. Corps des fractions d’un anneau intègre.
3. Anneaux noethériens, théorème de la base de Hilbert.
4. Anneaux factoriels. Lemme de Gauss et lemme d'Euclide. Exemple : les anneaux principaux. Théorème de Gauss sur A[X], pour A factoriel. Polynômes irréductibles, critères d’irréductibilité sur A factoriel (Eisenstein, etc.).

II. Corps (les corps considérés sont commutatifs)

1. Extensions de corps, degrés, multiplicité. Éléments algébriques, éléments transcendants, polynôme minimal, extension algébrique.
2. Corps de rupture, corps de décomposition d’un polynôme.

3. Clôture algébrique (définition), le corps # des nombres complexes est algébriquement clos. Énoncé du théorème de Steinitz.
4. Corps finis, existence et unicité, structure multiplicative. Racines de l'unité, polynômes cyclotomiques, irréductibilité sur #.

III. Représentations des groupes finis sur #

1. Représentations d'un groupe fini. Représentations par permutations, représentations régulières.
2. Représentations irréductibles, Théorème de Maschke.
3. Morphismes de représentations. Lemme de Schur.
4. Caractères. Caractère de Hom(V;W). Orthogonalité et décomposition des représentations. Formule de Burnside. Théorème fondamental de Frobenius et corollaires. Table des caractères. Orthogonalité des colonnes.
5. Exemple : table de # Noyau d'un caractère. Application : critère de simplicité.
6. Le cas des groupes abéliens. Groupe dual d'un groupe abélien fini. Transformée de Fourier discrète, cas de #/n# et $(\#/n\#)^2$. Structure des groupes abéliens finis.

Heures d'enseignement

CM	CM	33h
TD	TD	48h

Pré-requis recommandés

Cours d'algèbre de L3.

Période : Semestre 7

Infos pratiques

Contacts

Responsables pédagogiques

Gregory Berhuy

Gregory.Berhuy@univ-grenoble-alpes.fr

Responsables pédagogiques

Jean Fasel

Jean.Fasel@univ-grenoble-alpes.fr

Lieu(x) ville

- Grenoble

Campus

- Grenoble - Domaine universitaire